

# 18 Orientierung durch Mathematik

WERNER STEGMAIER

Die alltägliche Orientierung arbeitet mit individuellen Standpunkten, Horizonten, Perspektiven, Anhaltspunkten, Wertungen, Spielräumen des Zeichengebrauchs u. a., um sich auf immer neue Situationen einstellen und sie bewältigen zu können. Die Mathematik dagegen gebraucht explizit definierte Zeichen nach explizit fixierten Regeln, um eine allgemein gültige Richtigkeit der Orientierung zu erzielen; sie schließt alle Spielräume des Verstehens. Dazu sieht sie von den Bedingungen der alltäglichen Orientierung ab. Sie bleiben jedoch Bedingungen auch ihres Gebrauchs als Orientierungsmittel: ihre Anwendung ist wieder nur in Spielräumen möglich, und ihre Zusammenhänge sind individuell wiederum nur begrenzt nachvollziehbar. Im Folgenden wird in 12 Punkten dargestellt, was „Mathematik verstehen“ in der Sicht einer Philosophie der Orientierung heißt.<sup>1</sup> Die Punkte 1. – 10. führen die dafür relevanten Grundzüge der Orientierung ein, die Punkte 11. – 12. ziehen daraus die Konsequenzen für das Verstehen von Mathematik.

## 18.1 Verstehen

Man hat in der Sicht einer Philosophie der Orientierung dann etwas verstanden, wenn man in seiner Orientierung, wie man sagt, ‚damit etwas anfangen kann‘. Das kann man wörtlich nehmen: Man kann dann von sich aus etwas zu tun beginnen, was einem sinnvoll erscheint. Womit man etwas anfangen kann, hat Sinn, Sinn für die eigene Orientierung. Orientierung ist ihrerseits die Leistung, sich in einer Situation zurechtzufinden, um Handlungsmöglichkeiten, also ‚Anfänge‘ auszumachen, durch die sich die Situation bewältigen lässt. Man sucht, wie man sagt, in ihr ‚Halt‘, und dass man Halt sucht, bedeutet, dass man ständig befürchtet, in seiner Orientierung zu Fall zu kommen oder in Verfall zu geraten. Orientierung ist immer gefährdet, steht meist unter Zeitdruck und braucht oft Mut.

**Methodische Erläuterung:** Die Philosophie geht, wie Immanuel Kant in der „Transzendentalen Methodenlehre“ seiner *Kritik der reinen Vernunft*, Abschnitt „Die Disziplin der reinen Vernunft im dogmatischen Gebrauche“, klar gemacht hat, von ‚gegebenen Begriffen‘ aus. Das heißt: Sie greift Begriffe aus dem alltäglichen Sprachgebrauch auf, versucht deren Bedeutungen zu bestimmen und für ihre Zwecke festzulegen; dabei kann sie die Bedeutungen erweitern oder einschränken. Sie muss, um anfangen zu können, schon eine hinreichend verständliche Sprache voraussetzen. Das muss auch die Mathematik. Sie gibt, so Kant, jedoch „das glänzendste

---

<sup>1</sup>Werner Stegmaier, *Philosophie der Orientierung*, Berlin/New York 2008. Vgl. hier alles Nähere. Eine kurze systematische Übersicht zum Buch gibt Peter Moser in [Moser2009]. Einige Passagen dieses Beitrags sind, gekürzt, der Philosophie der Orientierung [PO] entnommen.

Beispiel einer sich, ohne Beihilfe der Erfahrung, von selbst glücklich erweiternden reinen Vernunft<sup>2</sup>, indem sie ihre Begriffe ‚konstruiert‘, d. h. gänzlich von sich aus festlegt. Sie schafft sich einen völlig eigenen Sprachgebrauch, kann dann aber auch den alltäglichen – darunter Begriffe wie ‚Verstehen‘ und ‚Sinn‘ – nicht hinreichend verdeutlichen. Verdeutlichung ist nach Kant einerseits durch ‚Definitionen‘, andererseits durch ‚Expositionen‘ möglich. Definitionen sollen unabhängig von der jeweiligen Situation völlig explizit sein (was ebenfalls an Grenzen stößt), Expositionen in der jeweiligen Situation, in der sich vieles implizit oder ‚von selbst versteht‘, hinreichend explizit. Mathematik *definiert* Begriffe, Philosophie *exponiert* Begriffe. Für die gegebenen Begriffe der Philosophie gilt nach Kant im Unterschied zu den konstruierten der Mathematik: „Man bedient sich gewisser Merkmale nur so lange, als sie zum Unterscheiden hinreichend sind; neue Bemerkungen dagegen nehmen welche weg und setzen einige hinzu, der Begriff steht also niemals zwischen sicheren Grenzen. Und wozu sollte es auch dienen, einen solchen Begriff zu definieren, da, wenn z. B. von dem Wasser und dessen Eigenschaften die Rede ist, man sich bei dem nicht aufhalten wird, was man bei dem Worte Wasser denkt, sondern zu Versuchen schreitet, und das Wort mit den wenigen Merkmalen, die ihm anhängen, nur eine Bezeichnung und nicht einen Begriff der Sache ausmachen soll, mithin die angeblich Definition nichts anders als Wortbestimmung ist. Zweitens kann auch, genau zu reden, kein a priori gegebener Begriff definiert werden, z. B. Substanz, Ursache, Recht, Billigkeit etc. Denn ich kann niemals sicher sein, daß die deutliche Vorstellung eines (noch verworren) gegebenen Begriffs ausführlich entwickelt worden, als wenn ich weiß, daßdieselbe dem Gegenstande adäquat sei. Da der Begriff desselben aber, so wie er gegeben ist, viel dunkle Vorstellungen enthalten kann, die wir in der Zergliederung übergehen, ob wir sie zwar in der Anwendung jederzeit brauchen: so ist die Ausführlichkeit der Zergliederung meines Begriffs immer zweifelhaft und kann nur durch vielfältig zutreffende Beispiele *vermuthlich*, niemals aber *apodiktisch* gewiß gemacht werden. Anstatt des Ausdrucks Definition würde ich lieber den der *Exposition* brauchen, der immer noch behutsam bleibt, und bei dem der Kritiker sie auf einen gewissen Grad gelten lassen und doch wegen der Ausführlichkeit noch Bedenken tragen kann.“<sup>3</sup> Da Orientierung ein Alltagsproblem ist, muss die Alltagssprache auch Worte und in diesem Sinn ‚gegebene Begriffe‘ für sie haben. Sie müssen sich durch immer neuen Gebrauch eingespielt haben, der sich von Situation zu Situation bewährt haben und weiter bewähren muss. Jeder ist frei, so oder anders zu reden und dabei auch neue Redeweisen ins Spiel zu bringen, zugleich aber darauf angewiesen, dass andere sie verstehen und auf sie eingehen. So kommt es in immer neuen Situationen zu immer neuen Abstimmungen über den Sprachgebrauch im doppelten Sinn: zu einer ständigen Abstimmung der Kommunizierenden aufeinander und dabei zur ständigen Abstimmung über die Plausibilität einer Sprechweise für den jeweils andern. Daher lässt sich an den Sprechweisen, die sich durch zahllose Sprecher in zahllosen Sprechsituationen durchgesetzt haben, ablesen, wie die alltäglichen Bedürfnisse der Orientierung plausibel zum Ausdruck kommen. Eine Philosophie der Orientierung wird darum zum einen phänomenologisch vorgehen, also möglichst vorurteilslos zu beobachten versuchen, wie die Orientierung und insbesondere die menschliche Orientierung arbeitet, zugleich aber auch sprachphänomenologisch, also die Sprache beobachten, die sich zu Problemen der Orientierung eingespielt hat. Dabei können wiederum Etymologien aufschluss-

<sup>2</sup>[KrV, A 712/B 740] bzw. [KrV, S. 612f.]

<sup>3</sup>[KrV, A 728/B 757] bzw. [KrV, S. 624]

reiche Hinweise geben, ohne dass sie darum schon so etwas wie eine ‚ursprüngliche‘ und darum ‚eigentlich‘ Bedeutung angeben würden (s. u.).

## 18.2 Verstehen von Sinn

Wenn Sinn das ist, was eine Orientierung in Stand setzt, etwas mit etwas anzufangen, so bedeutet das: er richtet meine Orientierung so aus, dass ich *von mir aus* etwas anfangen, etwas zu tun beginnen kann. Sinn macht mich zum Subjekt einer Entscheidung über ihn – oder stellt meine Entscheidungsfähigkeit in Frage. Zum Beispiel sagt jemand etwas, und ich will und kann ‚sinnvoll‘ daran anschließen – oder nicht, Musik erklingt, und ich will und kann auf sie tanzen – oder nicht, jemand entwickelt ein mathematisches Problem, und ich will und kann es weiterführen – oder nicht. Der Anfang ist dabei niemals ein absoluter, sondern, wie eingeführt, ein Anfang in einer jeweiligen Orientierung. Mit ihm findet die jeweilige Orientierung zugleich den Anschluss an ihre Umwelt und an ihre eigenen früheren Orientierungen; das erste erweitert die Orientierung, das zweite macht die Erweiterung plausibel.

**Etymologische Erläuterung:** Etymologisch erscheint das Wort ‚Sinn‘ nur im Deutschen und Niederländischen. Es hatte hier den Sinn von ‚Gang‘, ‚Reise‘, ‚Weg‘, verstand sich also unmittelbar aus dem Zusammenhang der Orientierung. Dieser Sinn hat sich noch erhalten in der Wendung ‚in diesem Sinn fortfahren‘. ‚Sinn‘ ist danach eine Richtung, die man eingeschlagen hat und weiterverfolgt, während man alles übrige ‚beiseite‘ lässt, und was nun in dieser Richtung liegt, ‚hat‘ oder ‚macht‘ Sinn, das übrige nicht.<sup>4</sup> Was in einer Richtung liegt, passt so zusammen, dass man weiterkommt, dass es einen ‚Weg‘ weist, auf dem man sich ‚bewegen‘ kann. Sinn wird dabei erst eröffnet, ‚ergibt sich‘ erst, ist noch nicht bestimmt. ‚Sinnen‘ hieß im Althochdeutschen außer ‚gehen‘ und ‚reisen‘ auch ‚streben‘ und ‚begehren‘, ‚sinnen auf etwas‘. Mit ihm hängt ‚senden‘, ‚auf die Reise schicken‘, zusammen; ein ‚Gesinde‘ war zunächst eine Reisebegleitung oder Gefolgschaft. Dieses ‚senden‘ floss wiederum mit einer anderen germanischen Wurzel ‚sent‘ zusammen, die ebenfalls ‚eine Richtung nehmen‘, ‚eine Fährte suchen‘ bedeutete; von ihr ging auch lateinisch ‚sentire‘, ‚fühlen‘, ‚wahrnehmen‘ aus und ‚sensus‘, der ‚Sinn‘ im Sinn von Sinnesorganen, die auf spezifische Reize, Bilder, Töne, Gerüche usw. ausgerichtet sind, also ebenfalls selektiv ‚sinnen‘. Auch der Sinn von Worten, Sätzen, Texten, Geschichten für die Orientierung lässt sich so verstehen: als der Sinn, den sie für jemand ‚bekommen‘, wenn er sie hört oder liest, die Richtung, in die seine Vorstellungen durch sie gewiesen werden. Man versteht, sagt man, ‚etwas in diesem Sinn‘ oder ‚in dieser Richtung‘, und schließt dabei stets mögliche Alternativen, also Entscheidungen ein.<sup>5</sup>

---

<sup>4</sup>vgl. [Simon1989, S. 233]

<sup>5</sup>vgl. [PO, S. 181f.]

### 18.3 Verstehen von Sinn in der Orientierung: Passung von Anhaltspunkten

Orientierung ist stets Orientierung *über* eine Situation *in* dieser Situation selbst, die Übersicht, die sie über die Situation gewinnt, also von der situativen Fähigkeit dazu abhängig. Das macht die Suche nach Halt prekär. Die Orientierung verschafft sich ihn durch ‚Anhaltspunkte‘. Das deutsche Wort ist sehr sprechend: Ein Anhaltspunkt ist ein ‚Halt‘ an einem ‚Punkt‘ der Situation, den die Orientierung in ihr selbst ausmacht und an den sie ‚sich‘ zu ‚halten‘ entscheidet; sie tut das auf Distanz und mit Vorbehalt, wartet so weit wie möglich zusätzliche Anhaltspunkte ab. Sie wählt ihre Anhaltspunkte auch nicht aufgrund einer bewussten und überlegten Entscheidung; denn im Zug der ersten Erschließung der Situation hat sie noch gar keine ‚handfesten‘ Alternativen und erst recht keine wohlwogenen Gründe. Die Orientierung ‚stößt‘ vielmehr auf Anhaltspunkte, ‚findet‘ sie, ‚verfällt‘ auf sie – mehr oder weniger ‚zufällig‘: sie könnte immer auch auf andere stoßen. Damit sie auf Anhaltspunkte verfallen kann, müssen diese auf irgendeine Weise ‚auffallen‘. Was wem auffällt, hängt von den jeweiligen Bedürfnissen ab, ein Jäger orientiert sich im Gelände anders als ein Spaziergänger, beiden fällt anderes auf. Bei dem, was ihr auffällt, ‚hält‘ die Orientierung dann auf einen Moment ‚an‘, ‚hält sich mit ihm auf‘ und kann in ihrer Suchbewegung wieder zu ihm zurückkehren. Mit solchen Anhaltspunkten kann sie ‚etwas anfangen‘, in der Regel dann, wenn mehrere hinreichend zusammenpassen: Wenn mehrere Anhaltspunkte für die jeweilige Orientierung in der jeweiligen Situation zusammenpassen, sich also zu einem Zusammenhang ausrichten, kurz: ein Muster bilden, ergibt sich für sie Sinn.

**Zusammenfassende Bestimmung des Anhaltspunkts im Sprachspiel des Halts:** Der Anhaltspunkt der Orientierung ist ein ‚Punkt‘, den sie selbst ausmacht. Sie ‚hält‘ in ihrer Bewegung bei ihm ‚an‘, ‚hält sich‘ mit ihm ‚auf‘ und ‚hält‘ ihn ‚fest‘, jedoch nur so, dass sie ihn ‚im Auge behält‘. Sie ‚hält sich‘ zu ihm ‚auf Distanz‘, ‚hält sich zurück‘, ihn sogleich ‚für‘ haltbar ‚zu halten‘, sondern setzt sich zu ihm in ein ‚Verhältnis‘, in dem sie ihn ‚gegen‘ weitere Anhaltspunkte ‚halten‘ und so über seine ‚Haltbarkeit‘ entscheiden kann. Anhaltspunkte der Orientierung bleiben ‚unter Vorbehalt‘.<sup>6</sup>

### 18.4 Spielräume im Verstehen von Sinn

Dass man etwas als Anhaltspunkt nimmt, sich dabei aber vorbehält, ob und wie weit man ihm folgen wird, heißt, dass man sich ‚an‘ etwas orientiert: Anhaltspunkte lassen Spielräume im Verstehen. Orientierung arbeitet im Ganzen mit Spielräumen. Das gilt nicht nur für die Orientierung in der Natur, sondern auch für die Orientierung in der Gesellschaft. Auch das, was man von anderen hört und liest, lässt Spielräume im Verstehen, und selbst gegenüber Normen und Gesetzen (z. B. dem Verbot für Fußgänger, beim ‚Rot‘ einer Ampel die Straße zu überqueren) kann man sich Spielräume vorbehalten. Unternehmer(innen) haben Handlungsspielräume am Markt, Politiker(innen) Entscheidungsspielräume in Belangen der Gesellschaft, Richter(innen) ‚Ermessensspielräume‘ bei der Heranziehung von Gesetzen, Wissenschaftler(innen) bei der Einschätzung

<sup>6</sup>vgl. [PO, S. 226-237]

von Evidenzen usw. Ein Spielraum ist ein Raum und doch kein Raum, und darin gibt es ein Spiel und doch kein Spiel, jedenfalls beim ‚Handlungs-, Entscheidungs- und Ermessensspielraum‘; in der Verbindung von ‚Raum‘ und ‚Spiel‘ verschiebt sich der Sinn beider Begriffe; ‚Spielraum‘ ist eine Metapher, die nicht mehr als solche auffällt. Ein Handlungs-, Entscheidungs- oder Ermessensspielraum ist ein durch Regeln begrenzter ‚Raum‘ des Verhaltens, in dem ein nicht diesen Regeln gehorchendes ‚spielerisches‘ Verhalten, ein in diesem Sinn von Regeln freies ‚Spiel‘ möglich wird, ohne die Metaphern ‚Spiel‘ und ‚Raum‘ also eine geregelte Grenze unregelter Verhaltens. ‚Innerhalb‘ der Grenze kann das Verhalten wiederum Regeln folgen, doch es sind dann nicht die, die ihm Grenzen setzen, sondern eigene Regeln.

**Etymologische Erläuterung:** Das Wort ‚Spielraum‘ wurde im Deutschen zunächst militärisch gebraucht: ein Spielraum war der buchstäbliche Raum, der einem Geschoß im Geschützrohr bleiben muss, damit es seinen freien Flug antreten kann. Dieser Raum muss, wenn der Schuss ins Ziel treffen soll, genau bemessen sein, die Kugel darf im Rohr weder zu viel noch zu wenig Spielraum – oder, wie man auch sagte, ‚Luftraum‘, ‚Windspiel‘, ‚Spielung‘ – haben. Einen solchen Spielraum muss auch eine Tür in ihrem Rahmen, ein Rad in seinem Lager haben usw., alles, was sich im ‚Rahmen‘ von etwas bewegen können soll. Weil hier zwei voneinander unabhängige Elemente zusammenpassen müssen, ist er aber kaum präzise zu errechnen. Er muss letztlich erprobt werden, und das müssen erst recht die Spielräume, die Eltern ihren Kindern, Lehrer(innen) ihren Schüler(innen), Vorgesetzte ihren Mitarbeitern, Regierende den Regierten lassen und lassen müssen. Sie stehen nicht fest, sondern können sich mit der Zeit verändern. Eine Zeit lang versuchte man auf den Zusatz ‚-raum‘ zu verzichten und nur von ‚Spiel‘ zu sprechen und von ‚Spielraum‘ statt dessen als Raum eines Theaterspiels. Doch setzte sich nach dem *Grimmschen Wörterbuch* diese Redeweise nicht durch. Nie gebraucht wurde ‚Spielraum‘ offenbar im Sinn eines Raums zum Spielen für Kinder; hier redet man von ‚Spielzimmer‘ oder ‚Spielplatz‘ im Freien. Am meisten, so das *Grimmsche Wörterbuch*, wurde im Deutschen ‚Spielraum‘ „in freierer Weise gebraucht“ als „der umkreis, innerhalb dessen sich jemand oder etwas entfalten, bethätigen, wirken kann“. Ein solcher Freiraum kann, wie das Beispiel von Eltern, Lehrer(inne)n, Vorgesetzten und Regierenden zeigt, gewährt werden, man kann ihn sich aber auch durch eigenes Tun mit der Zeit schaffen und vergrößern.<sup>7</sup>

## 18.5 Beweglichkeit der Orientierung in Spielräumen

Ihre Spielräume ermöglichen der Orientierung Beweglichkeit und sind selbst beweglich. Sie verdankt sie ihrer Grundstruktur: Orientierung geht stets von einem Standpunkt aus, von dem aus sich ein Horizont eröffnet; der Spielraum zwischen Standpunkt und Horizont ist die Perspektive. Standpunkt und Horizont der Orientierung sind gegeneinander beweglich. Man kann von einem Standpunkt aus engere und weitere Umkreise ins Auge fassen, einmal auf etwas ‚hinblicken‘, um es in einem engeren Horizont, dann von ihm ‚aufblicken‘, um es in einem weiteren Horizont zu sehen. Man kann aber auch den Blick auf etwas festhalten und dabei den Standpunkt verändern, z. B. um es herumgehen. Auch wenn Horizont und Standpunkt prinzipiell voneinander abhängig sind, der Horizont sich mit dem Standpunkt verändert, kann man seinen Standpunkt

<sup>7</sup>vgl. [PO, S. 221f.]

doch in einem Horizont verändern, ohne dass der Horizont sich merklich verändert, und ebenso von einem festgehaltenen Standpunkt aus den Horizont erweitern und verengen. Bei der Veränderung des Standpunkts tut sich von einem gewissen Punkt an aber ein anderer Horizont auf, in dem man dann auch seinen Standpunkt neu orientieren muss. Standpunkt und Horizont stehen so gleichsam in einem elastischen Verhältnis; sie können sich auseinanderziehen und zusammenschieben, wenn ihr bisheriges Verhältnis überzogen ist, plötzlich in ein neues springen. So werden Perspektivenverschiebungen und Perspektivenwechsel möglich.<sup>8</sup> Perspektivenverschiebungen und Perspektivenwechsel werden alltäglich problemlos vollzogen, sind logisch und mathematisch aber nicht oder nur schwer zu erfassen. Logik und Mathematik sind ihrerseits spezifische Standpunkte und Horizonte oder Perspektiven der Orientierung, man kann sie einnehmen oder nicht. Sofern eine Philosophie der Orientierung solche Perspektivenverschiebungen und Perspektivenwechsel denkbar macht, hat sie einen weiteren Horizont als Logik und Mathematik und alle übrigen Wissenschaften und geht ihnen in diesem Sinn voraus.

## 18.6 Kommunikation des Verstehens

Wissenschaften müssen, um allgemeine Geltung zu erlangen, kommuniziert werden. Kommunikation ist in der Sicht einer Philosophie der Orientierung Orientierung an anderer Orientierung: auch und gerade für die Orientierung anderer hat man nur Anhaltspunkte, anhand derer man sich über sie orientiert. Man kann nie letztlich *wissen*, was eine andere oder ein anderer denkt und will, man kann dabei stets ‚hereinfallen‘ (und man kann letztlich noch nicht einmal wissen, was man selbst denkt, und auch auf sich selbst immer wieder auf sich hereinfallen<sup>9</sup>). Dennoch ist man weitestgehend auf die Orientierung an anderer Orientierung angewiesen, kann man sich nur des geringsten Teils dessen selbst versichern, woran man sich orientiert, muss ‚sich‘, wie man sagt, ‚auf andere verlassen‘, also die eigene Orientierung verlassen und auf die anderer vertrauen, die ihrerseits dasselbe tun. Man beruhigt sich meist damit, wenn sich die andern so verhalten wie man selbst, und ist beunruhigt, wenn das nicht der Fall ist, prüft dann die Situation von neuem (schaut z. B. noch einmal auf den Fahrplan oder achtet auf die Durchsagen, wenn alle andern auf dem andern Bahnsteig stehen als man selbst). Wissenschaften sind Orientierungen, auf die wir uns heute am ehesten verlassen.

## 18.7 Orientierung in Zeichen

Im Unterschied zur bloßen *Interaktion* z. B. durch Blicke, Gesten oder Berührungen verläuft *Kommunikation* über Sprachzeichen (zumindest kann man Interaktion und Kommunikation so unterscheiden, was aber auch anders möglich ist). Sprachzeichen schließen an bloße Anhaltspunkte an. Zwischenstufen sind ‚markante‘ Anhaltspunkte, die besonders auffallen: ein herausragender Berggipfel, ein Obelisk in der Mitte eines Platzes, ein Loch in einer Wand, scharfe Gesichtszüge, eine rauhe oder eine schrille Stimme. Markante Anhaltspunkte ‚markieren‘ eine Situation und können selbst wieder markiert werden, z. B. durch ein *X* auf der Wand oder

<sup>8</sup>vgl. [PO, S. 214f.]

<sup>9</sup>vgl. Friedrich Nietzsche, Zur Genealogie der Moral, Vorrede 1.

einen Kreis auf einer Karte oder die Konturierung einer Figur auf einem Bild; das  $X$ , das in der Mathematik zum Zeichen des Unbekannten geworden ist, markiert durch den Kreuzungspunkt seiner Linien genau den Anhaltspunkt, auf den die Orientierung seine Umgebung verkürzt. Solche Markierungen können vom jeweiligen Anhaltspunkt in der jeweiligen Situation gelöst und so zu Zeichen werden, die sich in unterschiedlichen Situationen, also allgemein verwenden lassen. Sie werden zunächst zu Bildzeichen, ‚icons‘, wie sie heute an Verkehrsknotenpunkten, in Gebrauchsanweisungen, in Computerprogrammen usw. verwendet werden. Wird auch auf die Bildlichkeit verzichtet oder verliert die Bildlichkeit ihre Kenntlichkeit, werden Markierungen zu Chiffren, aus denen die Anhaltspunkte nicht mehr zu entnehmen sind, an die sie anschlossen. Das gilt für mathematische ‚Ziffern‘ (die sich von ‚Chiffren‘ ableiten<sup>10</sup>) und (mehr oder weniger) auch für Schriftzeichen. Schriftzeichen sind gezeichnete, aus bloßen Strichen bestehende Zeichen, die in allen Kulturen aus markanten Bildern hervorgegangen sind, sie in manchen auch noch erkennen lassen, in anderen nicht. Als ‚bloße‘, bildlose Zeichen sind sie besonders auffällig und attraktiv. Nachdem der Sinn des einmal von ihnen Dargestellten verblasst ist, erscheinen sie als willkürlich, ‚arbiträr‘ im Verhältnis zum Bezeichneten. Sie bekommen ihren Sinn dann nicht mehr vom Bezeichneten, sondern nur noch durch ihre Unterscheidung von anderen Zeichen oder durch ihre Stelle in einem Zeichensystem. Mit der Arbitrarität der Zeichen wird ein Zeichensystem autonom gegenüber den Situationen, in denen es verwendet wird; mit Hilfe autonomer Zeichensysteme löst sich die Orientierung weitgehend von der Situation und verschafft sich dadurch neue Spielräume in ihr; der Gebrauch autonomer Zeichensysteme kürzt sie ab. Er ermöglicht nicht nur eine schnelle und kommunikable Fixierung von Übersichten über Situationen, sondern, weil ihrerseits unübersichtlich werdende Zeichenmengen sich leicht wieder durch Zeichen abkürzen lassen, auch unbegrenzte Verallgemeinerungen und damit immer weiter reichende Übersichten. Die Orientierung in Zeichen ist eine Weltabkürzungskunst, die die Verfügung über die Welt unermesslich erleichtert, und so ist die Orientierung des Menschen denn auch weitgehend eine Orientierung in Zeichen.<sup>11</sup>

## 18.8 Notwendigkeit von Spielräumen auch im Verstehen von Sprachzeichen

An ihren autonomen Zeichen hat die Orientierung etwas, das in ihr stehenbleibt: man kann etwas ‚in‘ Zeichen festhalten und in anderen Situationen ‚wieder darauf zurückkommen‘. Aber eben weil die Zeichen stehenbleiben, die Situationen sich aber unablässig wandeln, muss der Gebrauch der Zeichen Spielräume lassen, damit sie in neuen Situationen in einem neuen Sinn verwendet werden können. Die in ihrem Sinn scheinbar feststehenden Zeichen müssen in ihrem Gebrauch mit der Zeit Verschiebungen zulassen, müssen ihrerseits beweglich sein. Das setzt auch im Gebrauch von Zeichen Spielräume voraus: wir können in begrenzter Zeit nur eine begrenzte Anzahl von Zeichen lernen, müssen diese begrenzte Zahl aber in unbegrenzt vielen möglichen Situatio-

<sup>10</sup>Aus mittellat. ‚cifra‘ über das altfrz. ‚cifre‘, ‚Null‘, das über das arab. ‚sifr‘ aus dem altind. ‚sunya-m‘, ‚leeres Zeichen‘ kommt. Bei der Einführung der arabischen Stellenwert-Notation für die Zahlen hat die europäischen Nutzer offenbar vor allem die Null beeindruckt und den Namen für das ganze System geprägt, in den ersten Jahrhunderten sogar noch gegen die explizite Kritik der Fachleute. Den Hinweis verdanke ich Gregor Nickel.

<sup>11</sup>vgl. [PO, S. 271-274]

nen verwenden und können das eben dann, wenn ihr Sinn Spielräume lässt. Sinnverschiebungen sind aber ihrerseits nur in jeweils begrenzten Spielräumen möglich; nur so werden die Zeichen kontinuierlich, nämlich immer nur ein wenig anders verstanden.<sup>12</sup>

## 18.9 Hinreichendes Verstehen von Zeichen durch Einschränkung der Spielräume ihres Gebrauchs

In der alltäglichen Orientierung werden Zeichen zumeist nicht aufgrund von expliziten Definitionen verstanden, sondern aus situativen Kontexten. Verabredet man, sich auf dem Greifswalder Bahnhof zu treffen, der für den Personenverkehr übersichtlicher Weise nur zwei Gleise nutzt, von denen aus man einander gut sehen kann, genügt es zu sagen, ‚Treffen wir uns am Bahnhof‘; auf dem Berliner Hauptbahnhof wird man erheblich mehr sagen müssen. Man schränkt dann die Spielräume der Zeichen durch weitere Zeichen, die ihrerseits Spielräume lassen, so weit ein, dass die Spielräume einander hinreichend begrenzen, die jeweiligen Zeichen in der jeweiligen Situation hinreichen eindeutig machen (‚Bahnhof‘ → ‚Hauptbahnhof‘ → ‚Hoch/Tief‘ → ‚Bahnsteig‘ → ‚Abschnitt‘). Das in der alltäglichen Orientierung genutzte Verfahren wechselseitiger Einschränkung von Spielräumen jeweiliger Zeichen in jeweiligen Situationen ist offensichtlich ein weit komplexeres Verfahren als die situationsunabhängige Definition konstruierter Zeichen und ist ebenso offensichtlich dennoch leichter zu handhaben. Situationsunabhängige Definitionen konstruierter Zeichen (nicht nur mathematische, sondern z. B. auch juristische) sind für uns in der Regel schwerer verständlich.

## 18.10 Überprüfung des Verstehens von Zeichen

Ob man die Zeichen anderer hinreichend verstanden hat, zeigt sich nicht darin, dass man sie identisch wiederholen kann, sondern darin, dass man selbst mit ihnen etwas anfangen kann (s. o. **18.1**). Das wiederum zeigt sich darin, dass man sie in Spielräumen *anders* gebrauchen kann. Man kann dann (a) etwas im Sinn der anderen *tun*, die Zeichen also in ein Handeln umsetzen, durch das die anderen ihren Sinn bestätigt sehen, oder (b) den Sinn, in dem die anderen die Zeichen gebraucht haben, auf eigene Weise darstellen oder (c) den Sinn auf andere Sachzusammenhänge übertragen oder (d) den Zeichengebrauch in demselben Sinn selbstständig weiterentwickeln. In allen Fällen handelt es sich um Transferleistungen, Weiterentwicklungen des Sinns in mehr oder weniger großen Spielräumen.

---

<sup>12</sup>vgl. [PO, S. 274-282]

## 18.11 Orientierung durch Mathematik: Schließung der Spielräume des Verstehens, Absehen von den Bedingungen der Orientierung

Weil Mathematik es nicht mit Lebenssituationen zu tun hat, gibt sie selbst keine Orientierung. Sie kann jedoch ein Orientierungsmittel sein. Die alltägliche Orientierung vollzieht in alltäglichen Lebenssituationen nur rudimentäre mathematische Operationen. Denn mathematische Operationen werden rasch unübersichtlich und müssen dann verschriftlicht werden, was in alltäglichen Lebenssituationen ebenso rasch an Grenzen stößt. So ist Mathematik weitestgehend nur als Wissenschaft unter spezifischen Bedingungen und aufgrund einer spezifischen Ausbildung möglich. Unter den Wissenschaften hat sie wiederum einen Sonderstatus. Es ist strittig und kann hier strittig bleiben, ob sie einen Gegenstand außer sich hat und wenn ja, wie er anzusetzen wäre. Unstrittig ist jedoch, dass die Mathematik die Wissenschaft ist, die all ihre Zeichen und alle Regeln der Verknüpfung dieser Zeichen explizit einführt und vollständig definiert. Dadurch aber schließt sie alle Spielräume des Verstehens im Gebrauch ihrer Zeichen, lässt keinen individuellen Sinn, keine individuelle Bedeutsamkeit ihrer Zeichen, keine individuelle Ausrichtung der Orientierung durch sie zu; soweit ihre Zeichen individuelle Bedeutsamkeit haben, z. B. ein(e) Mathematiker(in) besonders Fibonacci-Zahlen liebt, ist das mathematisch irrelevant. So und nur so wird an Stelle der individuellen Ausrichtung der Orientierung durch Zeichen eine allgemeine Richtigkeit und vollkommene Zuverlässigkeit des Zeichengebrauchs möglich. Mit der Schließung aller Spielräume des Verstehens wird aber auch von den Bedingungen der Möglichkeit der Orientierung abgesehen: die Mathematik kann nur dadurch absolut gewiss und vollkommen allgemeingültig sein, dass sie die stets situativen Bedingungen der stets individuellen Orientierung gleichgültig macht. Sie ist insofern (aber nur insofern) der genaue Gegensatz einer Philosophie der Orientierung. Und dennoch hat sich die europäische Philosophie in ihrer zweitausendjährigen Geschichte mit Vorliebe am systematischen und alternativenlosen Zeichengebrauch der Mathematik orientiert.

**Historische Erläuterung:** Das hielt an bis zu Kant, der damit brach, und ist im 20. Jahrhundert in der an Frege, Russell und den frühen Wittgenstein anschließenden Analytischen Philosophie unkritisch wiedergekehrt; der späte Wittgenstein ist dagegen selbstkritisch zu einer Philosophie der Orientierung an Zeichen übergegangen,<sup>13</sup> was Russell denn auch nicht mehr verstand. In ihrem Streben, zu absoluter Gewissheit nach dem Maßstab der Mathematik zu kommen, wird die Philosophie jedoch paradox: Denn sucht sie absolute Gewissheit nicht nur im Zeichengebrauch, sondern *mit Hilfe* eines absolut richtigen Zeichengebrauchs auch im Sinn des Seins oder der Welt oder des Lebens oder, wie im Fall der Analytischen Philosophie, der Sprache über all das, muss sie ebenfalls von den situativen Bedingungen der individuellen Orientierung absehen und verzichtet damit auf deren kritische Klärung, die nach ihrem herkömmlichen Selbstverständnis zu ihren elementaren Aufgaben gehört. Sie gibt sich als kritische Philosophie selbst auf, fällt damit hinter ihren Forschungsstand zurück und verfällt in Metaphysik, die ihrerseits alle Bedingungen

<sup>13</sup>vgl. insbesondere den §504 von Wittgensteins *Philosophischen Untersuchungen*: „Wenn man aber sagt: ‚Wie soll ich wissen, was er meint, ich sehe ja nur seine Zeichen‘, so sage ich: ‚Wie soll er wissen, was er meint, er hat ja auch nur seine Zeichen‘.“ und dazu [Stegmaier2001].

der Orientierung überschreitet, um ein Unbedingtes, An-sich-Seiendes und Ewiges zu suchen, und sucht nun im Gebrauch von Zeichen nach so etwas wie an sich bestehenden Bedeutungen und an sich guten Argumenten.

## 18.12 Rückbindung der Mathematik an die Bedingungen der Orientierung

Der Sinn der Wissenschaft überhaupt für die Orientierung ist ihre kritische Disziplinierung. Im Gegenzug leistet, was heute besonders hervortritt, aber immer schon galt, die Kunst eine kreative Desorientierung.<sup>14</sup> Beide müssen einander nicht ausschließen: Kreative Desorientierungen können zu Neuorientierungen führen, die dann wieder der kritischen Disziplinierung unterworfen werden können.<sup>15</sup> Das gilt auch für die Mathematik: etwa die Wahl von Axiomen und Definitionen wie auch die Entdeckung von Beweiswegen erfordern kreative Spielräume (die mit der mathematischen Formulierung einer Theorie oder eines Beweises jedoch wieder geschlossen werden). Wenn die Mathematik selbst keine Orientierung geben kann, weil sie von konkreten Orientierungssituationen vollkommen abgelöst ist, so kann doch eben die Ablösung von konkreten Orientierungssituationen ein Orientierungsmittel sein. Das gilt schon von Zeichen der Sprache und von Begriffen des Denkens, die *bis zu einem gewissen Grad* von Orientierungssituationen abgelöst sind, und dann auch von der mit *weitestgehend* von Orientierungssituationen abgelösten Begriffen arbeitenden herkömmlichen Metaphysik, die nach wie vor ihren Sinn für die Orientierung behält.<sup>16</sup> Von Orientierungssituationen abgelöste Begriffe können, metaphorisch gesprochen, Brücken von einer Orientierungssituation zu einer anderen Orientierungssituation bilden, müssen dazu aber, um für die Orientierung brauchbar zu bleiben, an beiden Enden in der alltäglichen Orientierung verankert sein. Für die Mathematik bedeutet das:

**a: Die Verankerung auf der einen Seite** Die Zeichen der Mathematik und ihr Gebrauch müssen mit mehr oder weniger Mühe individuell gelernt werden. Dabei zeigt sich bei den Individuen eine jeweils unterschiedliche, immer aber begrenzte Kraft zur Einsicht in die mathematischen Zusammenhänge (wäre sie unbegrenzt und von Anfang an unbegrenzt gewesen, hätte es keinen Fortgang der mathematischen Forschung gegeben und gäbe es ihn weiterhin nicht). Das alternativenlose Verstehen der Mathematik lässt sich nicht, auch nicht logisch erzwingen, es muss sich einstellen, muss gelingen, muss glücken, und wird dann als evident erlebt – oder nicht. Evidenz aber ist wiederum etwas Individuelles und Situatives, sie kann von anderen evoziert, aber nicht doziert werden, und sie ist nicht mehr zu überprüfen, es sei denn an weiteren Evidenzen. Die Bedingungen der Möglichkeit, Mathematik zu verstehen, sind letztlich also wiederum individuelle und situative, sind also die beschriebenen Bedingungen der Möglichkeit der alltäglichen Orientierung.

<sup>14</sup>vgl. [PO, S. 507-528]

<sup>15</sup>Nietzsche hat für diese Einheit von Wissenschaft und Kunst den Begriff ‚fröhliche Wissenschaft‘ geprägt. Vgl. [Stegmaier2008], [Stegmaier2010a], [Stegmaier2010b].

<sup>16</sup>vgl. [PO, S. 645-656]

**b: Die Brücke** Mathematik kann denen, die sich auf sie verstehen, wieder leicht und selbstverständlich werden wie anderen die alltägliche Orientierung. Sie entwickeln Routinen, von denen die alltägliche Orientierung im ganzen durchzogen ist und durch die sie sich stabilisiert<sup>17</sup>, auch in der für andere nur schwer zugänglichen Mathematik. Sie können im Idealfall eine souveräne mathematische Orientierung entwickeln, die sie befähigt, leicht Brücken zwischen mehr oder weniger weit auseinander liegenden Orientierungssituationen zu bauen.

**c: Die Verankerung auf der andern Seite** ‚Fängt‘ man aber mit der Mathematik etwas ‚an‘, gebraucht man sie als Orientierungsmittel, so werden ihre Zeichen wieder auf etwas anderes unabhängig von ihnen Gegebenes (z. B. das, was man dann die ‚Natur‘ nennt) angewendet, und dabei eröffnen sich unvermeidlich auch wieder Spielräume der Interpretation (etwa darin, was als Kraft, Masse, Raum und Zeit in der mechanistischen bzw. der relativistischen Physik oder als Teilchen bzw. als Welle in der Quantenphysik verstanden wird usw.<sup>18</sup> In ihren Anwendungen kehrt die Mathematik wieder unter die Bedingungen der Orientierung zurück. Nur unter ihnen ist Orientierung durch Mathematik möglich.

## Literatur

- [KrV] Kant, I., Kritik der reinen Vernunft. Hrsg. v. Wilhelm Weischedel, Darmstadt 1956.
- [Moser2009] Moser, P., Werner Stegmaier entwickelt eine umfassende Philosophie der Orientierung, Information Philosophie 2009/5 (Dezember 2009), S. 101-104.
- [PO] Stegmaier, W., Philosophie der Orientierung, Berlin/New York 2008.
- [Simon1989] Simon, J., Philosophie des Zeichens, Berlin/New York 1989.
- [Stegmaier2001] Stegmaier, W., Zwischen Kulturen. Orientierung in Zeichen nach Wittgenstein, in: Lütterfelds, W.; Salehi, D. (Hg.): „Wir können uns nicht in sie finden“. Probleme interkultureller Verständigung und Kooperation, Wittgenstein-Studien 3 (2001), S. 53-67.
- [Stegmaier2008] Stegmaier, W., Gaia scienza, arte della filosofia (Fröhliche Wissenschaft als Kunst der Philosophie), trad. di Carla Danani, in: Totaro, F. (Hg.), Verità e prospettiva in Nietzsche, Roma 2008, S. 77-93.
- [Stegmaier2010a] Stegmaier, W., Die Wissenschaft auf dem Boden des Lebens. Nietzsches Wissenschaftskritik im V. Buch seiner Fröhlichen Wissenschaft, erscheint in: Buchholz, M. B.; Gödde, G. (Hrsg.), Wissenschaft, Forschung und Therapeutik. Die Grundfrage nach der Wissenschaftlichkeit, Bd. I, 2010.
- [Stegmaier2010b] Stegmaier, W., Der Tod Gottes und das Leben der Wissenschaft. Nietzsches Aphorismus vom tollen Menschen im Kontext seiner Fröhlichen Wissenschaft, erscheint in: Nielsen, C.; Venturelli, A. (Hrsg.), Die Ankündigung eines ‚Todes Gottes‘ und die Wissenschaftsfrage. Aspekte der Aktualität Nietzsches, Berlin / New York 2010.
- [Ulmer u.a. 1987] Ulmer, K.; Häfele, W.; Stegmaier, W., Bedingungen der Zukunft. Ein naturwissenschaftlich-philosophischer Dialog, Stuttgart-Bad Cannstatt 1987.

<sup>17</sup>vgl. [PO, S. 291-320]

<sup>18</sup>vgl. [Ulmer u.a. 1987].